

어려운 수학을 읽는
새로운 해법

5차원 수학

**5 Dimensional
MATHEMATICS**

원동연·임소영 지음

김영사



개정판을 내면서 8
 프롤로그_ 수학 교육의 현재와 해결책 11

1부 수학기란 무엇인가

1장 수학은 언어이다 20
 1. 세 가지 언어의 종류 20
 2. 수학적 언어의 힘 23
 3. x 수학 25

2장 수학은 함수를 알면 쉽다 31
 1. 함수란 무엇인가 31
 2. 함수는 수학적 언어인 식으로 표현한다 36
 3. 함수는 문자·수·사칙연산·등호로 이루어졌다 37

3장 함수의 다양한 형태 39
 1. 함수의 다양한 예 40

4장	수학의 여러 분야와 함수의 연관성	49
	1. 함수의 종류	49
	2. 함수의 성질은 그래프나 표를 이용하면 쉽게 이해할 수 있다	64
	3. 도형도 함수의 식으로 표현한다	70
	4. 행렬도 함수이다	73
	5. 수열을 통해 함수의 식을 찾을 수 있다	75
	6. 함수는 확률과 통계의 중요한 도구이다	77
	7. 함수의 그래프는 미분을 이용해 그릴 수 있다	80

2부 수학을 잘하려면

1장	수학적 언어의 의미를 이해한다	84
	1. 분수의 의미 이해하기	87
	2. x 문자의 의미 이해하기	95
	3. 함수의 의미 이해하기	96

4. 방정식의 의미 이해하기	101
5. 그래프의 의미 이해하기	105
2장 수학적 언어 훈련을 해야 한다	108
1. 수학의 1대원리와 5소원칙	108
3장 가속화 학습이 이루어져야 한다	115

3부 내 삶과 연결된 수학

1장 수학은 현실적 삶과 연결되어 있다	118
2장 자신감을 갖자	126

4부 실전 문제

1장	수와 사칙계산	134
	1. 분수	134
	2. 소수	147
	3. 정수	156
2장	함수 응용하기	165
	1. 미지수 x	165
	2. 문자와 식	177
	3. 방정식	182
	4. 함수	195
	5. 그래프로 나타내기	200
	에필로그	214
	부록 1_ 다양한 함수의 종류	217
	부록 2_ 국가 미래 교육의 새 패러다임 수용성 교육	238
	해답	249

20년 전 한 권의 책을 내면서 다음과 같이 사람을 길러야 한다고 주장했다. 전인격적 인성인 지력·심력·체력·자기관리 능력·인간관계 능력의 다섯 가지 요소를 전면적으로 갖출 수 있는 5차원 전면교육을 실시해야 하며, 이런 교육을 받은 사람이 인생에서 승리할 힘을 지닐 수 있다고 말했다. 우리는 이런 사람을 다이아몬드칼라라고 불렀다.

어느덧 20년의 시간이 흘렀다. 그간 우리는 1만 5,000명 이상의 교사, 부모, 전문가가 함께 이 주장이 가능한가에 대해 실험해왔다. 그리고 그 결실이 한국을 비롯해 중국, 몽골, 러시아, 미국 등에서 나타나기 시작했다. 1996년 중국 연변과학기술대학교에서 5차원 전면교육을 실시한 후, 연지시 2중에서 하위권 학생들이 본 교육을 통해 최상위권으로 올라가기도 했다. 1997년 몽골 밝은미래종합학교에서는 길거리에 버려진 아이들에게 본 교육을 적용해 일반 학교 학생들보다 더 좋은 결과를 얻기도 했고, 2001년에는 몽골의 나차긴 바가반디 대통령과

필자의 면담을 통해 2002년 몽골국제대학교를 설립하고 중앙아시아에서 본 교육을 할 수 있는 근거를 확보했다. 2006년 라오스국립대학교에서 5차원 전면교육을 적용했으며, 2012년 탄자니아연합대학교를 설립하는 등 12개국 이상에서 본 교육을 실시해왔다. 한국에서는 세인고등학교에서 최초로 본 교육을 적용한 이후 벨국제학교 설립, 동두천 중·고등학교의 전면교육 실시, 그리고 미래 인재를 개발하기 위해 설립한 디아글로벌학교를 통해 귀한 열매들을 수확해왔다. 그리고 2017년에는 KAIST 미래전략대학원에서 5차원 전면교육이 수용성 교육이라는 이름으로 국가 미래 교육의 모델로 제시되기도 했다.

이러한 지금까지의 열매를 바탕으로 책을 개정해 출간하기로 결정하고, 우선 다섯 권부터 개정을 시작했다. 첫째, 전인격적 인성 교육을 바탕으로 수용성을 길러줄 핵심 역량이 담긴 《5차원 전면교육 학습법》을 《5차원 전면교육》이라는 이름으로 재개정했다. 둘째, 창조적 지성을 길러줄 핵심 역량을 배울 수 있는 《5차원 독서법과 학문의 9단계》를 수정·보완했으며 셋째, 언어 수용성을 확보해 누구나 글로벌 커뮤니케이션 능력을 기를 수 있는 핵심 역량을 제시한 《5차원 영어 학습법》을 《5차원 영어》로 보완 재개정했다. 넷째, 수학을 포기한 사람이 ‘수학이 언어’라는 중요한 개념을 인식함으로써 누구나 수학을 쉽게 이해할 수 있으며, 융합적 능력을 확보하기 위한 핵심 역량을 배울 수 있는 《5차원 수학》을 이전에 발간한 《대한민국 수학교과서》를 대신해 수정 재개정했다. 다섯째, 바른 세계관을 기를 핵심 역량을 확보할 수 있도록 재설계한 《5차원 독서치료》를 재개정했다.

이 책은 융합적 능력을 확보하기 위한 핵심 역량을 배울 수 있는 《5차원 수학》이다. 미래 사회에 적응하기 위해서는 융합적 능력이 절대적으로 필요하고, 이는 수학 교육을 통해 효과적으로 훈련할 수 있다. 이런 취지에서 수학적 언어의 이해를 바탕으로 누구나 쉽게 수학을 극복하고 익힐 수 있도록 구성했다.

이 책을 통해 수학을 포기한 사람, 수학을 더 깊이 알기를 원하는 사람, 그리고 수학이란 몇몇 특별한 사람에게만 필요하다고 생각하는 사람이 ‘수학이란 일생을 살아가면서 실제 삶에 활용할 수 있는 유용하고 귀중한 도구라는 사실’을 깨닫고 일상에서 수학을 유용하게 활용하길 바란다.

참고 영상
〈꽃피도 일등이 될 수 있다?!〉



수학 교육의 현재와 해결책

우리나라 학생은 초·중·고 시절을 통해 많은 시간 동안 수학을 공부한다. 그런데 공부 시간에 수학 문제만 풀다 보니, 문제 푸는 기술이 뛰어난 학생은 많아도 실제 수학 실력이 높은 학생은 적다. 국제 교육 평가에서 우리나라는 초등학교, 중학교에서는 대체로 높은 성적을 받지만 고등학교부터는 매우 낮은 성적을 받는다. 수학적 사고력 향상보다는 단순히 문제 푸는 기술에 초점을 두기 때문이다. 수학 성적이 좋아도 자연현상이나 실생활에서 일어나는 일을 수학적인 안목으로 이해하고 문제를 해결하는 능력이 부족한 것이다. 일상생활에 수학이 필요한 이유도 모르고 성적만 올리는 학습을 해온 결과이다.

수학이 필요한 이유

수학 교육은 예로부터 인재 교육에 중요한 역할을 해왔다. 고대 이집

트와 바빌론은 농업 국가였다. 농업을 위해 수로와 창고를 만들어야 했다. 국가의 세금은 농업 생산물에서 나왔다. 세금을 거두는 역할을 하던 서기관은 업무를 수행하는 데 필요한 수학 교육을 받았는데, 기하학도 중요한 교육 내용이었다.

수학 교육이 깊이를 더하게 된 것은 고대 그리스 시대이다. 기하학을 통해 학생들은 논리적 사고와 독립적 사고를 배우는 동시에 통합적으로 사고하는 법을 배웠다. 고대 그리스에서 수학은 수학으로 그치지 않았다. 철학을 발전시켰고, 미술과 건축, 디자인에도 지대한 영향을 주었다. 오늘날에도 수학은 여전히 중요하며, 인재 교육에 없어서는 안 될 과목이다. 수학은 다음과 같이 중요한 능력을 길러주기 때문이다.

첫 번째로 사고력을 길러준다. 수학적 대상은 눈에 보이는 것이 아니다. 수학은 보이지 않는 관념 속에 존재하는 대상을 다룬다. 따라서 수학은 공부하면 추상적 사고를 할 수밖에 없다. 현상을 일반화해 사고하고, 근원적 사고를 하게 된다. 이런 속성 때문에 수학은 모든 학문의 근본이라고도 말한다.

두 번째로 소통 능력을 길러준다. 이 역시 수학의 특성과 연관이 있다. 수학적 대상은 물리적 대상이 아니고 보이지 않는 관념적 대상이다. 사실 이 점 때문에 많은 학생이 수학을 어려워한다. 그러나 이것이 수학의 힘이다. 추상적인 대상을 다루기 때문에 상대방에게 설득력 있게 설명하는 것이 무척 중요하다. 그러지 않으면 상대방은 내가 무엇을 이야기하는지 이해하기 어렵다. 바른 수학 공부는 소통 능력을 향상해준다.

세 번째로 응용 능력을 길러준다. 수학은 놀랍도록 다양한 현상을 설명하는 데 적합하다. 수학적 능력은 현상을 보고 그 현상에서 질서를

발견해, 그 질서를 수학적 개념과 논리로 설명하는 능력이다. 이러한 능력 때문에 많은 학문이 수학을 도구로 사용한다. 대학에서 많은 학과가 학생들에게 수학을 배우게 하는 이유이다.

네 번째로 융합적 능력을 길러준다. 새로운 도전 과제에는 융합적 능력을 갖춘 인재가 필요하며 수학은 이런 능력을 길러준다. 창의성이란 서로 다른 것을 연결하는 능력이다. 그런 점에서 볼 때 창의성을 융합 능력이라고 할 수 있는데 상상력 없는 창의성은 존재할 수 없다. 상상력은 사유의 원천이자 본질이기 때문이다. 이러한 상상력은 두뇌의 사고 훈련으로 기를 수 있다. 그러므로 사고 훈련을 통해 상상력을 키우고, 상상력을 바탕으로 한 창의성을 길러 융합적 능력을 갖추도록 해야 한다. 인간은 사고를 바탕으로 언어를 창조하고, 사고의 결과인 언어를 통해 자신의 생각을 남에게 전달한다. 언어와 사고는 정확하게 일대일로 맞아떨어지는 관계는 아니지만 양자가 서로 영향을 주고받는 긴밀한 관계를 유지한다. 즉 우리의 언어 사용 능력이 사고에 영향을 미친다. 수학은 인간이 만든 가장 고도의 언어이며, 이 언어를 잘 사용한다면 고도의 사고 능력을 갖출 수 있고, 결국 융합적 능력을 지닐 수 있다.

다섯 번째로 아름다움을 추구하는 능력을 길러준다. 아름다움은 수학에서 아주 중요한 관심사이다. 아름다움은 질서에 대한 감각이라고 할 수 있는데 자연의 질서를 발견하는 도구가 수학이다. 그러므로 수학을 통한 질서의 패턴과 구조를 이해하려는 노력은 아름다움을 추구하는 능력을 길러준다.

미래에 필요한 것은 수학에서 기능적인 것보다 수학 교육을 통해 생기는 감수성이다. 그렇다면 수학 교육은 지금과는 달라져야 할 것이다.

학생이 정말 수학을 즐기고 자신의 것으로 소화할 수 없다면 수학적 감수성을 배양하기 어렵기 때문이다.

수학이 필요한 이유

첫째, 수학은 사고력을 길러준다.

둘째, 수학은 소통 능력을 길러준다.

셋째, 수학은 응용 능력을 길러준다.

넷째, 수학은 융합적 능력을 길러준다.

다섯째, 수학은 아름다움을 추구하는 능력을 길러준다.

수학이 어려운 이유

이와 같이 중요한 수학을 우리는 왜 잘 못하고 있는 것일까? 한국 수학 교육의 어려움을 대표하는 단어는 아마 ‘수포자(수학을 포기한 자)’일 것이다. 여러 통계를 보면 수포자의 비율이 급증하는 시기가 중학교 시절임을 알 수 있다.

수학을 하기 어려운 첫째 이유는 흥미를 잃기 때문이다. 초등학교의 경우 수학 교육 내용에서 학생에게 큰 좌절을 주는 요소가 과거에 비해 많이 줄어들었다. 그러나 중학교에 가면 수학의 성격이나 교육 방법이 갑자기 변한다. 그래서 이를 극복하지 못한 학생은 수학에 흥미가 크게 떨어진다. 게다가 수학은 단계적인 특성이 있어 이전 학년에서 공부를 하지 않으면 다음 학년에 공부를 하려고 해도 매우 힘들다. 그렇기에 고학년으로 올라갈수록 수학을 포기하는 현상이 일어난다.

둘째, 자율적인 학습 능력이 생기지 않기 때문이다. 수학 문제를 풀기 위해서는 논리적 사고방식이 필요하고, 이는 다른 사람이 줄 수 있는 것이 아니다. 많은 부모들이 자녀가 중학교로 올라가기 직전에 선행 학습을 시킨다. 선행 학습은 학생들 스스로 하는 것이 아니라, 학원 등에서 타인을 통해 이루어진다. 이런 방식은 학생에게 자율적 학습 능력을 길러주지 못하고, 이것이 수학을 못하게 하는 또 하나의 요인이 된다. 더구나 이런 방식의 공부를 통해 성적이 올라갔다고 해서 수학적 사고 능력이 생겼다는 뜻은 아니다.

셋째, 수학을 하는 목적을 잃어버리기 때문이다. 학년이 올라갈수록 수학 교육의 초점을 시험 성적 높이는 데만 맞춘다. 시험은 상당 부분 변별력과 연관되기 때문에 자연스러운 문제보다 인위적 문제가 많다. 인위적 문제에 길들면 위험한 점이 많다. 수학 공부의 목적의식을 잃고, 수학에 대한 잘못된 생각을 심어준다.

넷째, 수학 공부를 할수록 지치기 때문이다. 수학 공부가 암기나 계산 요령을 배우는 데 근거하는 경우, 학생은 수학 공부의 의미를 찾지 못한다. 그 결과 공부 때문에 몸과 마음이 지치고, 수학을 포기하게 된다.

수학이 어려운 이유

첫째, 흥미를 잃기 때문이다.

둘째, 자율적인 학습 능력을 기르지 못하기 때문이다.

셋째, 수학을 하는 목적을 잃어버리기 때문이다.

넷째, 수학 공부를 할수록 지치기 때문이다.

해결 방안

이와 같은 네 가지 문제점을 해결하는 방법을 찾는 것이 수학을 잘할 수 있는 방안이다.

첫째, 흥미를 주어야 한다. 수학은 무엇보다 동기부여가 중요한데, 학생이 관심과 흥미를 갖는다면 반은 성공한 셈이다. 수학은 혼자 고민하고 생각하는 시간이 필요하기 때문에 흥미를 갖게 해서 추진력을 키워주어야 한다. 수업 내용이 실생활과 괴리가 있기에 흥미를 유발하지 못한다는 지적도 있다. 이를 극복할 수 있도록 실생활과 연결된 문제를 제공하는 방안도 마련해야 한다. 수학은 좋은 문제와 만나는 것이 필수이다. 그 문제가 학생에게 흥미로워야 하고 학생은 그 답을 궁금해해야 한다.

둘째, 자율적으로 학습하는 능력을 길러주어야 한다. 수학을 포기하는 원인을 보면 수학을 못해서가 아니라, 기본적인 지력이 약하기 때문인 경우가 많다. 그러므로 수학 이전에 정보처리 능력을 향상시켜 스스로 공부할 수 있도록 해야 한다. 수학은 수학이라는 학문 하나만으로 독립되어 있지 않다. 읽고 쓰기를 잘 못하는 학생은 수학도 잘하지 못하고, 읽고 쓰기를 잘하는 학생은 동기부여를 잘하면 수학을 즐기면서 배울 수 있다.

셋째, 수학을 공부하는 목적을 깨닫도록 도와야 한다. 수학이라는 주제는 고립된 것이 아니다. 수학의 발달은 과학과 밀접한 관계가 있다. 고대의 수학도 천문학에 대한 관심이 상당한 견인 역할을 했다. 철학과 수학의 관계도 마찬가지이다. 그래서 학교의 수학 교육에서도 통합

적인 접근이 필요하다.

넷째, 수학 공부를 통해서 지치지 않도록 도와야 한다. 학생이 수학을 어려워하는 것은 수학 자체가 어려워서가 아니라, 그들이 이해할 수 없는 어려운 방식으로 가르치기 때문이다. 그러므로 수학 교육 방식을 바꾸어야만 한다.

해결 방안

첫째, 실생활과의 괴리를 줄인다.

둘째, 지적 기본 능력을 향상시킨다.

셋째, 통합적 접근을 한다.

넷째, 학습 방식을 바꾼다.

이 책에서는 수학의 모든 것을 다루지 않는다. 학문에서 ‘100/10 학습 원리’가 있다. 100/10 학습 원리란 먼저 핵심 내용을 완전히 파악한 뒤 점차 다양한 세부 내용을 정복해나가는 방법을 말한다. 가령 수학에서 배워야 할 내용이 100가지가 있을 때 그 100가지를 한꺼번에 다 가르쳐봤자 별로 효과적이지 않다는 것이다. 수학의 핵심 10가지를 찾아 그것을 먼저 익혀야 한다.

수학에서 가장 중요한 원리 두 가지가 있다. 첫째, 수학은 언어라는 것이다. 정보를 전달하는 언어의 형태에는 세 종류가 있다. 서술적 언어, 그림·도표의 언어, 수학적 언어이다. 자연현상이나 사회현상이라는 정보를 표현할 때는 수학적 언어로 나타내야 간결하고, 문제를 잘 해결할 수 있다. 수학적 언어는 복잡한 현상을 간결하게 표현하는 장점

이 있는 반면, 매우 추상적이기 때문에 어렵게 느껴진다. 그런 이유로 이 언어가 의미하는 바가 무엇인지도 모르고 그냥 외워서 수학 공부를 하는 경향이 있는데, 수학적 언어를 서술적 언어와 그림·도표의 언어로 바꾸는 훈련을 하면 수학적 언어의 의미를 알게 된다. 이러한 언어 훈련을 통해 수학을 잘할 수 있는 기초 체력을 기를 수 있다.

둘째, 수학의 핵심은 함수이다. 수학 내용 모든 부분과 가장 깊은 상관관계를 보이는 것이 함수이다. 함수가 무엇인지 잘 이해하고 나머지 수학 내용이 어떻게 함수와 연관되는지 파악하면 초·중·고등학교에서 배우는 수학 지식을 한눈에 볼 수 있어 수학을 보다 쉽게 익힐 수 있다. 이런 방법으로 수학 개념을 정확하게 이해하고, 수학을 언어로 접근해 수학적 언어 훈련을 하면 수학을 잘할 수 있다.

대학 입시에서 수리 논술을 실시한다. 수리 논술의 서술형 평가 영역은 단순한 문제 풀이 능력이 아닌, 특정 현상을 수학적으로 이해하는 수학적 사고력을 평가한다. 이런 논술 문제는 수학을 지속적인 문제 풀이로만 공부한 학생에게는 매우 어렵게 느껴진다. 그러나 수학 원리를 제대로 공부한 학생에게는 그리 어려운 문제가 아니다. 《5차원 수학》에서 제시하는 방법대로 수학을 공부하면 이러한 서술형 수리 논술에도 자신감을 갖게 된다. 자연현상과 사회현상을 바르고 정확하게 이해하고 분석하는 수학적 사고력을 향상할 수 있기 때문이다. 이 책이 수학을 공부하는 학생이나 학부모, 혹은 선생님에게 도움이 되기를 간절히 바라고, 또 그렇게 될 수 있을 것이라고 확신한다.

1부

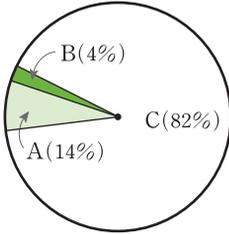
수학이란
무엇인가

1 세 가지 언어의 종류

언어란 정보를 전달하는 도구로, 수학은 하나의 언어이다. 언어의 종류에는 세 가지가 있다. 하나는 서술적 언어로, 일상생활에서 가장 많이 사용하는 언어이다. 가정이나 직장에서 주고받는 대화는 서술적 언어로 이루어진다. 또 하나는 그림·도표 언어이다. 서술적 언어로 정보를 충분히 전달하지 못할 때 그림·도표 언어가 더욱 명확하게 정보를 전달할 수 있다.

내가 남자친구의 외모를 엄마에게 이야기한다고 하자. “키는 175cm 이고 좀 뚱뚱한 체형이며, 눈이 작고 눈썹은 짙고……”라며 서술적으로 설명한다. 그러면 엄마는 대충 어떠한 모습인지 알 수는 있지만, 길을 지나가다 그 사람을 만나면 알아보지 못할 것이다. 그러나 내가 엄마에게 사진을 보여준다면 엄마는 남자친구의 외모를 쉽게 알 수 있다.

대통령 선거 개표가 진행 중일 때 뉴스에서는 A가 14만 5,890표, B가 3만 8,407표, C가 83만 387표를 획득했다고 말(서술적 언어)뿐 아니라 그림으로도 보여준다. 그러면 정보가 더 명확해지기 때문이다.



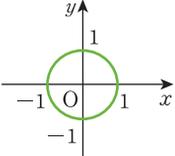
서술적 언어, 그림·도표 언어와는 또 다른 차원의 언어가 있다. 그것이 바로 수학적 언어이다. 갈릴레오는 물체가 땅에 떨어지는 현상을 관찰했다. 이 현상을 어떤 방법으로 설명하는 것이 좋을까?

“물체를 떨어뜨리면 1초 후에는 $\frac{1}{2} \times 9.8 \times 1$ 의 위치에 있고, 2초 후에는 $\frac{1}{2} \times 9.8 \times 4$ 의 위치에 있고, 3초 후에는 $\frac{1}{2} \times 9.8 \times 9$ 에 위치합니다. 그러니까 물체를 떨어뜨리면 어떤 시간에는 그 시간의 제곱에 9.8을 곱하고 $\frac{1}{2}$ 을 곱한 그 위치에 있게 됩니다”라고 설명하는 것이 좋을까? 아니면 물체가 떨어지는 현상을 매초 사진을 찍어 보여주는 것이 좋을까?

이 현상을 아주 간략하게 표현할 수 있다. 물체가 떨어지는 현상을 수학적 언어로는 $y = \frac{1}{2} \times 9.8 \times t^2$ 과 같이 매우 간단하고 명료하게 표현할 수 있다.

수학에서 사용하는 개념은 대부분 이 세 가지 언어로 표현할 수 있다. 원을 세 가지 언어로 표현해보자. 우선 서술적 언어로 표현하면, 한 점에

서의 거리가 일정한 점을 모아놓은 것이라고 할 수 있다. 그림·도표 언어로 표현하려면 동그란 원을 그리면 된다. 또 수학적 언어로 표현할 수도 있다. $x^2+y^2=1$ (중심은 원점, 반지름은 1인 원)과 같이 표현할 수 있다.

서술적 언어	그림·도표의 언어	수학적 언어
원점에서 거리가 1인 점의 모임		$x^2+y^2=1$

이처럼 정보를 서술적 언어, 그림·도표 언어, 수학적 언어로 표현할 수 있다. 정보의 특성에 따라 서술적 언어로 표현하는 것이 이해하기 쉬울 때도 있고, 그림·도표 언어나 수학적 언어로 표현하는 것이 유용할 때도 있다. 그런데 만일 우리가 이런 정보를 수학적 언어로 표현할 수 있다면 매우 큰 지적인 힘을 얻는 것과 같다.

그러므로 수학을 잘하기 위해서는 그저 수학 문제를 많이 풀어보는 것으로는 부족하다. 수학적 언어를 이해하는 훈련이 필요하며, 이 같은 훈련을 통해 사고 능력을 향상할 수 있다. 그런데 수학을 배우는 것이 결코 어려운 일이 아닌 분명한 이유가 있다. 외국어를 배우려면 문법도 많이 알고, 단어도 수천 개 알아야만 한다. 하지만 수학은 기껏해야 100단어 내외의 어휘만 알면 그 언어를 사용할 수 있다. 그래서 수학은 전 세계 초등학생부터 대학생까지 함께 사용할 수 있는 언어가 된 것이다.

수학은 언어이다

수학은 언어이고, 수학에서의 사고 과정이란 어떤 언어를 다른 종류의 언어로 바꾸는 과정이다.

2 수학적 언어의 힘

서술적 언어로 정보를 충분히 전달하지 못할 때 그림·도표 언어와 수학적 언어가 매우 유용하다. 이 중에서도 수학적 언어는 자연 세계의 현상이나 실생활의 현상을 간결하게 표현해주며, 이를 통해 어떤 문제를 쉽게 해결해준다. 특히 자연 세계에는 규칙이 있는데, 자연 세계를 표현해주는 언어가 바로 수학적 언어이다.

앞에서 낙하 현상을 $y = \frac{1}{2} \times 9.8 \times t^2$ 이라는 수학적 언어로 표현했다. 이 짧은 식에는 어마어마한 정보가 함축되어 있다. 어떤 물체를 떨어뜨렸을 때 1초 후, 2초 후, 3초 후, 4초 후, 5초 후의 위치뿐 아니라 1.001초 후, 3.8초 후, 10,000초 후 등 시간마다 물체가 어디에 있는지 모두 표현한 식이다. 그뿐 아니라 물체가 떨어질 때 속력은 어떻게 변화하고, 매초 물체의 속력에 대한 모든 정보도 담고 있다. 이처럼 수학적 언어를 사용하면 자연 세계나 실생활의 현상을 매우 간결하게 표현할 수 있다.

실제로 이런 현상을 연구하는 사람은 이 현상에 대해 말할 때 서술적 언어를 사용하지는 않는다. 서술적 언어로 설명하려면 아마도 다음

과 같이 설명해야 할 것이다.

낙하 현상에 대해 설명해보겠습니다. 물체를 떨어뜨리면 물체는 아래로 떨어지지요, 1초 후에는 물체가 $\frac{1}{2} \times 9.8 \times 1^2$ 에 있고, 2초 후에는 $\frac{1}{2} \times 9.8 \times 2^2$, 3초 후에는 $\frac{1}{2} \times 9.8 \times 3^2$ 의 위치에 있게 됩니다. 또 1.001초 후에는 $\frac{1}{2} \times 9.8 \times 1.001^2$ 에 있고 3.8초 후에는 $\frac{1}{2} \times 9.8 \times 3.8^2$ 의 위치에 있게 되지요. 그러니까 어떤 물체를 떨어뜨리면 그 시간의 제곱에 9.8을 곱하고 $\frac{1}{2}$ 을 곱한 그 위치에 있게 됩니다. 또 이 물체가 떨어질 때의 속력은 1초 후에는 9.8×1 이고 2초 후에는 9.8×2 이지요. 속력은 시간에 9.8을 곱하면 됩니다. 결국 시간이 갈수록 속력이 빨라진다는 것이죠. 또 속력이 어느 정도로 변화하느냐면…….

이런 식이라면 하나의 현상을 설명하는 데 하루가 걸릴지도 모른다. $y = \frac{1}{2} \times 9.8 \times t^2$ 인 현상이라고 말해도 수학적 언어를 아는 사람은 위에서 설명한 것을 모두 알게 된다. 수학적 언어를 아는 사람은 이처럼 매우 많은 정보를 간단명료하게 표현할 수 있고, 간단한 식을 보고도 이 식에 포함된 엄청난 양의 정보를 순식간에 알아차린다.

수학적 언어는 어떤 복잡한 현상을 간단하게 표현할 수 있다는 이점 이외에도 문제를 해결할 수 있는 힘을 가지고 있다. ‘물체가 떨어질 때 어느 정도의 빠르기로 떨어질까?’라는 문제를 해결할 때, 이 현상을 서술적 언어로만 표현했다면 아마 물체의 빠르기도 일일이 측정해야만 알 수 있을 것이다.

$y = \frac{1}{2} \times 9.8 \times t^2$ 과 같이 표현하면, 물체가 떨어질 때 매 시간의 빠

르기를 바로 구할 수 있다. 빠르기는 이 식을 미분하면 되기 때문에 $y=9.8 \times t$ 임을 바로 알 수 있다. 즉 1초 후에는 속력이 9.8이고, 2초 후에는 9.8의 2배, 3초 후에는 9.8의 3배라는 것이다. 이처럼 어떤 현상을 수학적 언어로 표현하면 문제를 매우 쉽게 해결할 수 있다.

3 x 수학

일반적으로 수학은 어렵다고 생각하지만 결코 어려운 학문이 아니다. 수학은 언어의 한 종류일 뿐이다. 하지만 현실적으로 수학 문제에 부딪치면 결코 쉽게 느껴지지 않는다. 그 이유는 x 라는 문자 때문이다.

우리가 아주 쉽다고 생각하는 1, 2, 3, 4 등의 숫자가 탄생하기까지 수천 년이 걸렸다. 그리고 이런 자연수가 생긴 후 0이라는 숫자가 만들어지는 데 수백 년이 걸렸다. 존재하지 않는 것을, 존재하는 0이라는 숫자로 표시하기 위해서는 인간의 사고를 한 단계 높이는 에너지가 필요했기 때문이다.

이런 숫자를 모아 식을 만들었다. ‘달걀을 12개씩 담을 수 있는 그릇이 4개 있으면 모두 몇 개의 달걀을 담을 수 있을까?’라는 문제는 $12 \times 4 = 48$ 이라는 식으로 만들 수 있다. 이런 생각이 확장되면 ‘달걀을 60개 담으려면 몇 개의 그릇이 필요한가?’라는 말은 $12 \times \square = 60$ 이라는 식에서 \square 가 얼마인지 찾으라는 문제이고, 답은 5이다. 그런데 이런 식을 x 라는 문자를 사용해 $12x = 60$ 이라고 바꾸어놓으면 갑자기 어려운 수학 문제처럼 인식하게 된다. 그보다 한 걸음 나아가 $x^2 - x = 6$ 이